$$(x-x_1)(x-x_4)=x^2-2x+4,$$
$$(x-x_2)(x-x_3)=x^2-2x+...66666.$$

То, что мы получаем в $x_2x_3=...66666$ большое количество цифр $p-1$ (в нашем случае 6), говорит о том, что с большой вероятностью число отрицательное и равно -1, ведь в Q_7 ...00001+...66666=...00000.

Сейчас построим многочлены $h_1(x)$ и $h_2(x)$:

$$h_1(x)=x^2-2x+4,$$
$$h_2(x)=x^2-2x-1.$$

Проверяем, что

$$f(x)=(x^2-2x+4)(x^2-2x-1).$$

Мы получили разложение $f(x)$ на 2 неприводимых множителя. Конец алгоритма.

Таким образом, мы описали алгоритм разложения многочлена на множители над Z при условии, что нам известны его корни в каком-то Q_p.

1. Прасолов В.В. Многочлены. М., 2003.
2. Коблиц Н. *p*-Адические числа, *p*-адический анализ и дзета-функции. М., 1982.
3. Schikhof W.H. Ultrametric calculus. An introduction to *p*-adic analysis. Cambridge, 1984.
4. Радына А.Я., Радына Я.В. Элементарныя ўводзіны ў *p*-адычны аналіз. Мн., 2006.

Поступила в редакцию 05.03.10.

Иван Анатольевич Близнец – магистрант механико-математического факультета.

УДК 517.958:537.8

В.Т. ЕРОФЕЕНКО

О ПЛОСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ В ДВИЖУЩИХСЯ ПРОВОДЯЩИХ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕДАХ

The models of the Maxwell equations in monochromatic electrodynamics taking into account the Lorentz transformations and system of planar basic electromagnetic waves propagating in conductive magnetodielectric slowly moving media are described.

В работе [1] получены плоские электромагнитные поля, распространяющиеся в движущихся магнитодиэлектрических непроводящих средах. Плоские поля для проводящих движущихся сред приведены в [2]. В данной статье уравнения Максвелла монохроматической электродинамики и плоские поля в движущихся средах с учетом преобразований Лоренца приведены к специальному виду.

Рассмотрим евклидово пространство R^3 с фиксированной системой координат *Oxyz*. Пространство заполнено однородной проводящей магнитодиэлектрической средой, характеризуемой диэлектрической и магнитной проницаемостями ε, μ и удельной электрической проводимостью γ. В случае, когда среда неподвижна относительно системы координат *Oxyz*, монохроматические электромагнитные поля с временной зависимостью $\exp(-i\omega t)$ удовлетворяют уравнениям Максвелла [3]

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}=-i\omega\left(\varepsilon+i\frac{\gamma}{\omega}\right)\mathbf{E},\quad \operatorname{rot}\mathbf{E}=i\omega\mu\mathbf{H}. \tag{1}$$

Всевозможные плоские решения уравнений (1) определены в [3, с. 9].

Если среда равномерно и прямолинейно движется со скоростью $\mathbf{V}=V\nu$, $\nu=\nu_1\mathbf{e}_x+\nu_2\mathbf{e}_y+\nu_3\mathbf{e}_z$, $0<V<c$, относительно системы координат *Oxyz*, уравнения (1) с учетом преобразований Лоренца принимают вид [4]

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}=-i\omega\mathbf{D}+\mathbf{J},\quad \operatorname{rot}\mathbf{E}=i\omega\mathbf{B}, \tag{2}$$

где

$$\mathbf{D}=\varepsilon a\mathbf{E}+\varepsilon(1-a)(\mathbf{E},\nu)\nu-b[\mathbf{H},\nu],\quad \mathbf{B}=\mu a\mathbf{H}+\mu(1-a)(\mathbf{H},\nu)\nu+b[\mathbf{E},\nu],$$

$$\mathbf{J}=f(\mathbf{E},\nu)\nu+\sigma\gamma a\mathbf{E}-\sigma a\mu\gamma[\mathbf{H},\mathbf{V}]+\mathbf{V}\operatorname{div}\mathbf{D},$$

$$f=\gamma\left(\frac{1}{\sigma}-\sigma a\right),\ a=\frac{1-\varepsilon_0\mu_0V^2}{1-\varepsilon\mu V^2},\ b=\frac{(\varepsilon\mu-\varepsilon_0\mu_0)V}{1-\varepsilon\mu V^2},$$

$\sigma=1\big/\sqrt{1-\beta^2}$, $\beta=V/c$, $c=1\big/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$; ε_0,μ_0 − электрическая и магнитная постоянные.

Построим модель уравнений Максвелла для медленно движущихся сред.

Утверждение 1. Для медленно движущихся проводящих магнитодиэлектрических сред, когда $V^2<<c^2$, уравнения (2) эквивалентны уравнениям

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}=-i\omega\left(\varepsilon+i\frac{\gamma}{\omega}\right)\mathbf{E}',\ \operatorname{rot}\mathbf{E}=i\omega\mu\mathbf{H}',\tag{3}$$

где $\mathbf{E}'=\overline{a}\mathbf{E}-\overline{b}(\mathbf{E},\nu)\nu-\mu\overline{a}[\mathbf{H},\mathbf{V}]$, $\mathbf{H}'=\overline{a}\mathbf{H}-\overline{b}(\mathbf{H},\nu)\nu+\varepsilon\overline{a}[\mathbf{E},\mathbf{V}]$.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пренебрегая величинами второго порядка малости $\beta^2=V^2/c^2\approx0$, получим асимптотические формулы $\sigma\approx1$, $a\approx\overline{a}=\dfrac{1}{1-s^2}$, $a-1\approx\overline{b}=\dfrac{s^2}{1-s^2}$, $b\approx\varepsilon\mu V\overline{a}$, $f\approx-\gamma\overline{b}$, $s^2=\varepsilon\mu V^2$, $\mathbf{D}\approx\varepsilon\mathbf{E}'$, $\mathbf{B}\approx\mu\mathbf{H}'$, $\mathbf{J}\approx\gamma\mathbf{E}'+\varepsilon\mathbf{V}\operatorname{div}\mathbf{E}'$.

После подстановки в (2) получим

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}=(\gamma-i\omega\varepsilon)\mathbf{E}'+\varepsilon\mathbf{V}\operatorname{div}\mathbf{E}',\ \operatorname{rot}\mathbf{E}=i\omega\mu\mathbf{H}'.\tag{4}$$

Плоские решения уравнений (4) имеют структуру

$$\mathbf{E}'=(A\mathbf{e}_x+B\mathbf{e}_y+C\mathbf{e}_z)\exp i(\alpha_1x+\alpha_2y+\alpha_3z).$$

Учитывая этот факт, применим div к уравнениям (4), тогда

$$(\gamma-i\omega\varepsilon+i\varepsilon(\boldsymbol{\alpha},\mathbf{V}))\operatorname{div}\mathbf{E}'=0,\ \operatorname{div}\mathbf{H}'=0.$$

Следует $\operatorname{div}\mathbf{E}'=0$. Получим уравнения (3). Заметим, что при выводе уравнений (3) предполагалось, что скорость распространения волн $V_{\text{ср}}=1\big/\sqrt{\varepsilon\mu}$ в магнитодиэлектрической среде соизмерима со скоростью среды V. Это позволяет учитывать эффекты Черенкова.

Утверждение 2. Решениями системы уравнений (3) являются плоские электромагнитные поля

$$\mathbf{E}=E_0\left(N_x^{(\mp j)}\mathbf{e}_x+N_y^{(\mp j)}\mathbf{e}_y+N_z^{(\mp j)}\mathbf{e}_z\right)\exp\left(i\alpha_1x+i\alpha_2y+q^{(\mp)}z\right),\quad j=1,2,$$

$$\mathbf{H}=E_0\left(M_x^{(\mp j)}\mathbf{e}_x+M_y^{(\mp j)}\mathbf{e}_y+M_z^{(\mp j)}\mathbf{e}_z\right)\exp\left(i\alpha_1x+i\alpha_2y+q^{(\mp)}z\right),\tag{5}$$

где α_1,α_2 − произвольные комплексные числа, E_0 − амплитуда поля,

$$N_x^{(\mp1)}=\alpha_1a^{(\mp)},\ N_y^{(\mp1)}=\alpha_2a^{(\mp)},\ N_z^{(\mp1)}=\frac{\lambda}{k^{(\mp)}}+\frac{\xi Vk^{(\mp)}}{\lambda l^{(\mp)}},$$

$$M_x^{(\mp1)}=\alpha_2b^{(\mp)}+\frac{\varepsilon\lambda Vv_y}{k^{(\mp)}},\ M_y^{(\mp1)}=-\alpha_1b^{(\mp)}-\frac{\varepsilon\lambda Vv_x}{k^{(\mp)}},\ M_z^{(\mp1)}=\frac{\varepsilon\varsigma V\eta^{(\mp)}}{\lambda k^{(\mp)}},$$

$$a^{(\mp)}=\frac{1}{\lambda}\left(\frac{\eta^{(\mp)}}{k^{(\mp)}}-Vv_z\frac{k^{(\mp)}}{l^{(\mp)}}\right),\ b^{(\mp)}=\frac{1}{\lambda}\left(\frac{k^{(\mp)}}{\mu l^{(\mp)}}-\varepsilon Vv_z\frac{\eta^{(\mp)}}{k^{(\mp)}}\right),$$

$$N_x^{(\mp2)}=\alpha_2c^{(\mp)}+iV\frac{\lambda}{l^{(\mp)}}v_y,\ N_y^{(\mp2)}=-\alpha_1c^{(\mp)}-iV\frac{\lambda}{l^{(\mp)}}v_x,\ N_z^{(\mp2)}=\frac{i\varsigma V\eta^{(\mp)}}{\lambda l^{(\mp)}},$$

$$M_x^{(\mp2)}=\alpha_1d^{(\mp)},\ M_y^{(\mp2)}=\alpha_2d^{(\mp)},\ M_z^{(\mp2)}=-i\left(\frac{\lambda}{\mu l^{(\mp)}}+\frac{\varepsilon\xi V}{\lambda}\right),$$

$$d^{(\mp)}=\frac{1}{i\lambda}\left(\frac{\eta^{(\mp)}}{\mu l^{(\mp)}}-\varepsilon Vv_z\right),\ c^{(\mp)}=\frac{i}{\lambda}\left(1-\frac{V\eta^{(\mp)}}{l^{(\mp)}}\nu_z\right),$$

$$k^{(\mp)}=l^{(\mp)}\sqrt{\left(\varepsilon+i\frac{\gamma}{l^{(\mp)}}\right)\mu},\ 0\le\arg k^{(\mp)}<\pi,\ p=1-s^2v_z^2,\ q^{(\mp)}=i\alpha_3^{(\mp)},$$

$$\eta^{(\mp)} = -\alpha_3^{(\mp)}, \;\; \alpha_3^{(\mp)} = \frac{1}{v_z}\left(\frac{\omega}{V} - \xi - \frac{l^{(\mp)}}{V}\right), \;\; l^{(\mp)} = \frac{V}{p}\left(\frac{\omega}{V} - \xi + \frac{i}{2}\mu\gamma V v_z^2\right) \mp i v_z V D,$$

$$\xi = \alpha_1 v_x + \alpha_2 v_y, \;\; \varsigma = \alpha_2 v_x - \alpha_1 v_y, \;\; \lambda = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}, \;\; 0 \le \arg\lambda < \pi,$$

$$D = \frac{1}{|p|} D_0, \;\; D_0 = \left(p\lambda^2 - s^2\left(\xi - \frac{\omega}{V}\right)^2 + \frac{1}{4}\mu^2\gamma^2 V^2 v_z^2 + i\mu\gamma V\left(\xi - \frac{\omega}{V}\right)\right)^{\frac{1}{2}}, \;\; -\frac{\pi}{2} \le \arg D_0 < \frac{\pi}{2}.$$

Утверждение доказывается подстановкой полей четырех типов (5) с индексами $(-1),(+1),(-2),(+2)$ в уравнения (3).

1. Ерофеенко В.Т., Круглей С.С. // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. № 9. С. 1133.
2. Ерофеенко В.Т., Пулко Ю.В. // ЭМС-2006: Сб. докл. 9-й Рос. науч.-техн. конф. по электромагнитной совместимости техн. средств и электромагнитной безопасности, С.-Петербург, 20−22 сент. 2006 г. СПб., 2006. С. 288.
3. Ерофеенко В.Т., Козловская И.С. Математические модели в электродинамике: в 2 ч. Мн., 2008. Ч. 2.
4. Ерофеенко В.Т., Козловская И.С. Математические модели в электродинамике: в 2 ч. Мн., 2004. Ч. 1.

Поступила в редакцию 26.03.10.

Виктор Тихонович Ерофеенко – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математической физики.